

ریاضی و آمار

استاد حامد رحمانی

نکته و تست



معادله درجه اول

در حالت کلی:

das ist

$$ax + b = \cdot$$

طرف معلوم
 جواب = $\frac{\text{طرف مجهول}}{\text{ضرب مجهول}}$
 $ax = -b \longrightarrow x = -\frac{b}{a}$

غیر ملکی معارفہ درجہ اول

نکته

اگر معادله درجه اول بصورت کسری باشد ، تمام جملات را در (ک.م.م)مخرج ضرب می کنیم .

$2x + 1 = 0$
 $\mu x (1 \cdot x - 2) \quad 2x \times \Delta$
 $\mu x (\Delta) \quad 2 \times \Delta$
 $\mu \mu \Delta = 1 \Delta$

$$= \frac{p_{0x} - 9 - 10x}{10} \xrightarrow{\text{cancel}} p_{0x} - 10x - 9 = 10 + 9$$

$$\Rightarrow p_{0x} = 11 \rightarrow x = \frac{11}{p_0}$$



نکته

تا الان معادله درجه اول را داشتیم و حل میکردیم .

اما در تست ها خیلی وقت ها ریشه معادله به ما داده می شود و باید به دنبال پارامتر مجهولی به اسم n یا m یا k ... بگردیم .

کلید حل : ریشه هر معادله در آن معادله صدق میکند

تست

اگر جواب معادله $\frac{10x}{3} - \frac{2x-5}{6} = m-1$ برابر -2 باشد ، مقدار پارامتر m کدام است ؟

Handwritten solution steps:

Step 1: Substitute $x = -2$ into the equation:

$$\frac{10(-2)}{3} - \frac{2(-2)-5}{6} = m-1$$

Step 2: Simplify the fractions:

$$-\frac{20}{3} - \frac{-4-5}{6} = m-1$$
$$-\frac{20}{3} - \frac{-9}{6} = m-1$$

Step 3: Find a common denominator (6) and combine the fractions:

$$-\frac{40}{6} + \frac{9}{6} = m-1$$
$$-\frac{31}{6} = m-1$$

Step 4: Solve for m :

$$m = -\frac{31}{6} + 1 = -\frac{31}{6} + \frac{6}{6} = -\frac{25}{6}$$

Step 5: Final answer:

$$m = -\frac{25}{6}$$



به ازای کدام مقدار a ، معادله ی $\frac{x-2}{ax-5} = \frac{a+2}{x-1} - 1$ دارای جواب $x=3$ است ؟ (سراسری انسانی ۹۸)

~~(۱) $\frac{2}{3}$ (۴)~~

~~(۳) $-\frac{2}{3}$ (۱)~~

~~(۲) $-\frac{1}{3}$ (۲✓)~~

~~(۱) $\frac{2}{3}$ (۱)~~

$$\frac{x-2}{ax-5} = \frac{a+2}{x-1} - 1 \Rightarrow \frac{x-2}{ax-5} = \frac{a+2-x+1}{x-1} = \frac{a-x+3}{x-1}$$

$$\frac{x-2}{ax-5} = \frac{a-x+3}{x-1} \Rightarrow (x-2)(x-1) = (ax-5)(a-x+3)$$

$$x^2 - 3x + 2 = a^2x - ax^2 + 3ax - 5a + 5x - 15$$

$$x^2 - 3x + 2 = -ax^2 + (3a+5)x - 5a + 15$$

$$(1+a)x^2 - (3a+8)x + (2-5a+15) = 0$$

$$(1+a)x^2 - (3a+8)x + (17-5a) = 0$$

~~$\frac{1}{ax-5} = \frac{a}{x-1}$~~ $\Rightarrow xa^2 - 5a = 2$

$xa^2 - 5a - 2 = 0$

2 variables

~~$a \leq 1$~~

$x^2 - 3x + 2 = -2$

~~$a \leq 1$~~ $\Rightarrow \frac{1}{3} - \frac{5}{2} = \frac{-2}{2} \Rightarrow \frac{2}{3} - \frac{5}{2} = -2$



به ازای کدام مقدار a ، معادله ی $\frac{4}{a-2x} + \frac{a}{x+1} = \frac{a}{x}$ دارای جواب $x=1$ است ؟ (سراسری خارج از کشور انسانی)

۳, (-۲) (۴)

(۲, ۴) (۳)

(-۲, ۴) (۲)

(۲, -۴) (۱)

بازنویسی $\frac{4}{a-2(1)} + \frac{a}{1+1} = \frac{a}{1}$

$\frac{4}{a-2} + \frac{a}{2} = a$ $a=2$ $\frac{4}{2-2} + \frac{2}{2} = 2$ $a \neq 2$

مخرج همدان

$a=2$ $\frac{4}{2-2} + \frac{2}{2} = 2$



به ازای چند مقدار m ، معادله $\frac{x+1}{x-3} - \frac{2}{x} = \frac{2m^2}{x(x-3)}$ دارای جواب $x=2$ است؟ (سراسری خارج از کشور انسانی)

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ هیچ مقداری از m

$$\begin{aligned} \frac{\cancel{2}+1}{\cancel{2}-\cancel{3}} - \frac{-1}{\cancel{2}} &= \frac{2m^2}{\cancel{2}(\cancel{2}-\cancel{3})} = \\ \frac{-2-1}{-3} &= \frac{\cancel{2}m^2}{-\cancel{2}} = \cancel{-}m^2 \Rightarrow \cancel{-}3 = \cancel{-}m^2 \Rightarrow \\ m^2 &= 3 \rightarrow \begin{cases} m = -\sqrt{3} \\ m = +\sqrt{3} \end{cases} \end{aligned}$$



تست

دو برابر ثلث عددی از ربع همان عدد ، ۱۰ واحد کمتر است . مربع این عدد کدام است ؟

$$\frac{2x}{3} = \frac{x}{4} + 10$$

$$\frac{2x}{3} - \frac{x}{4} = 10$$

$$\frac{8x - 3x}{12} = 10$$

$$\frac{5x}{12} = 10$$

$$5x = 120$$

$$x = 24$$

$$576$$

$$144$$

$$361$$

$$\frac{24}{x6}$$

مسئله معنی

معادله اول

حل

$$\frac{2x}{3} = \frac{x}{4} + 10$$

$$\frac{2x}{3} - \frac{x}{4} = 10$$

$$\frac{8x - 3x}{12} = 10$$

$$\frac{5x}{12} = 10$$

$$5x = 120$$

$$x = 24$$

$$5x = 120 \rightarrow x = \frac{120}{5} = 24$$

نکته

اگر اعداد طبیعی متوالی مطرح بودند

آنها را x و $x+1$ و $x+2$ فرض می کنیم .

اگر اعداد طبیعی زوج متوالی یا اعداد طبیعی فرد متوالی مطرح بودند

آنها را x و $x+2$ و $x+4$ فرض می کنیم .

آنها را x و $x+2$ و $x+4$ فرض می کنیم .

تست

مجموع سه عدد فرد متوالی برابر با ۱۵۹ می باشد . یکان عدد وسط کدام است ؟

$$3(1)$$

$$5(2)$$

$$7(3)$$

$$9(4)$$

$$x + (x+2) + (x+4) = 159$$

$$3x + 6 = 159$$

$$3x = 153$$

$$x = 51$$

$$x + (x+2) + (x+4) = 159$$

$$3x + 6 = 159$$

$$3x = 153$$

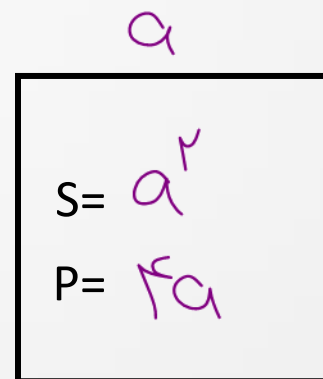
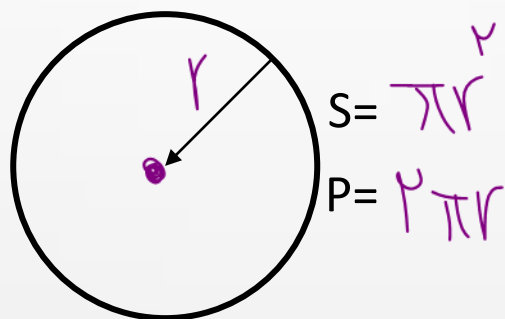
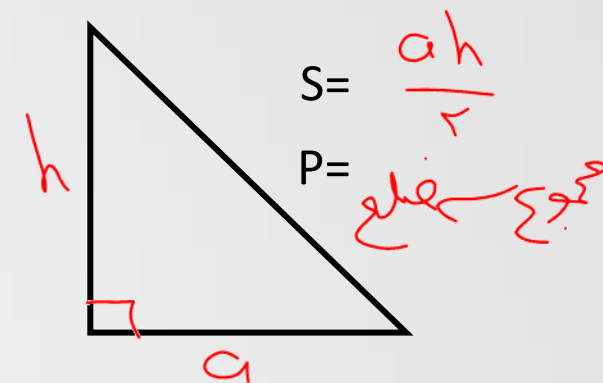
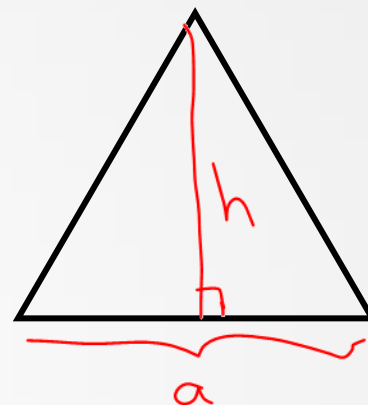
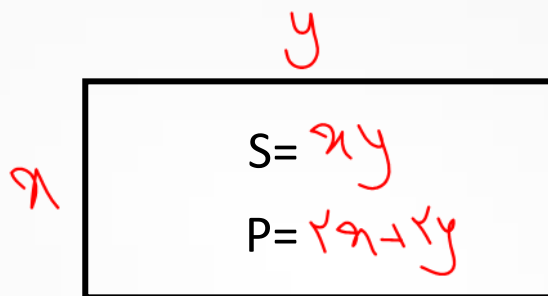
$$x = 51$$



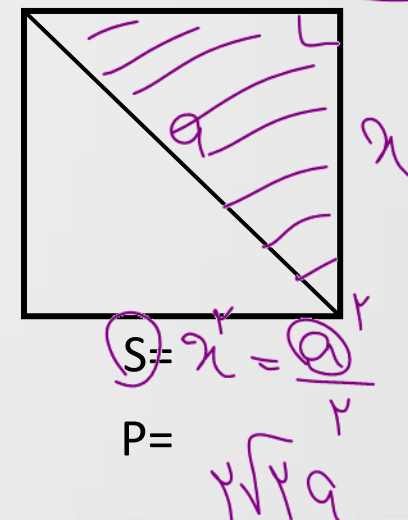
برنده ساز

نکته

در چند سال اخیر مسائل توصیفی بیشتر به صورت شکل های هندسی در تست ها مطرح می شوند .



$$r^2 + r^2 = a^2 \rightarrow 2r^2 = a^2 \rightarrow r^2 = \frac{a^2}{2}$$



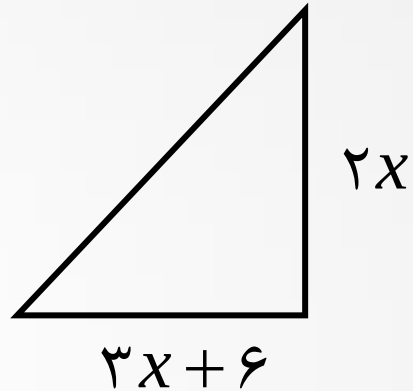
مساحت مثلث و مستطیل شکل مقابل ، باهم برابر است . محیط مستطیل کدام است ؟

$$9 + 14 = 22$$

$$\textcircled{3} \quad x+1$$



$$3x+2 \textcircled{1}$$



$$\text{مساحت مستطیل} = (x+1)(3x+2)$$

$$\text{مساحت مثلث} : \frac{(2x)(3x+6)}{2}$$

$$= \cancel{3x}^2 + \cancel{2x}^2 + \cancel{2x}^2 + \cancel{2}^2 = \cancel{3x}^2 + \cancel{6x}^2 + 2$$

مساحت مثلث

$$\Rightarrow x=2$$

$$10(1)$$

$$18(2)$$

$$12(3)$$

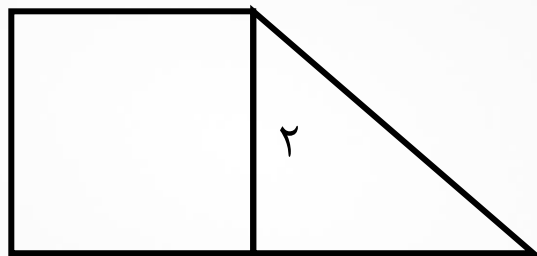
$$22(4) \checkmark$$

پس
همین



در شکل زیر مساحت مربع از $\frac{1}{3}$ مساحت مثلث به اندازه ۳ واحد مربع بیشتر است . مساحت ذوزنقه کدام است ؟

(انسانی داخل ۱۴۰۱)



$$\text{مساحت مربع} = 2^2 = 4$$

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{2 \times 9}{2} = 9$$

$$\frac{9}{3} + \frac{3 \times 3}{1 \times 3} = \sum \frac{3 \times 3}{1 \times 3}$$

$$\frac{9+9}{\cancel{3}} = \frac{12}{\cancel{3}} = 4 \Rightarrow 9=3$$

$$\text{مساحت ذوزنقه} = \text{مساحت مربع} + \text{مساحت مثلث} = 4 + 3 = 7$$

(۱) ۵

(۲) ۵/۵

(۳) ۶/۵

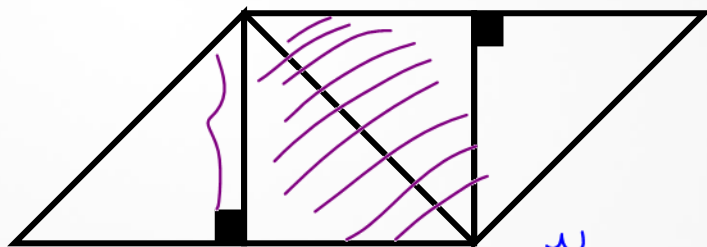
(۴) ۷ ✓



تست

در شکل مقابل که از کنار هم قرار گرفتن ۴ مثلث یکسان تشکیل شده است ، مساحت متوازی الاضلاع از مساحت هر مثلث قائم الزاویه ۳ واحد بیشتر است . اندازه قطر مربع کدام است ؟

(انسانی داخل ۱۴۰۳ - اردیبهشت)



۲ (۱) ✓

$\sqrt{2}$ (۲)

۳ (۳)

$\sqrt{3}$ (۴)

$$مساحت متوازی الاضلاع = 4x$$

$$مساحت مثلث = x$$

$$\frac{6x \times ارتفاع}{2} = 1 \rightarrow$$

$$3x = x + 3 \rightarrow x = 1$$

$$مساحت مربع = 2 \times (مساحت مثلث) = 2 = \frac{(قطر مربع)^2}{2}$$

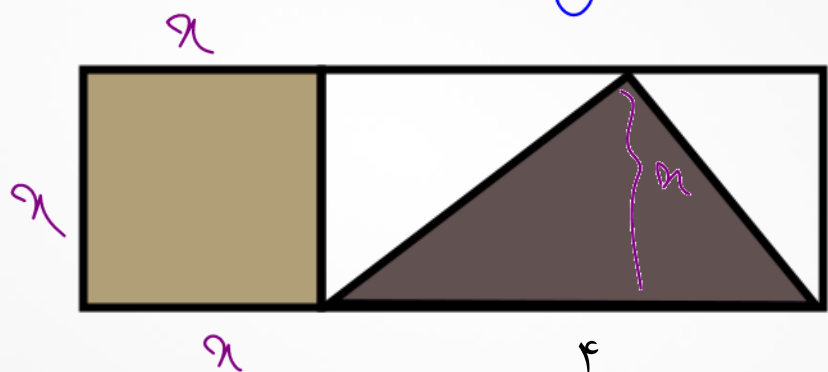
$$2 = قطر \rightarrow 2 = (قطر مربع)^2 \Rightarrow$$



در شکل مقابل ، مساحت مربع از $\frac{1}{6}$ مساحت مثلث سایه خورده به اندازه $\frac{4}{3}$ واحد مربع بیشتر است . نسبت مساحت مربع به مساحت مستطیل بزرگ کدام است ؟

(سراسری انسانی ۱۴۰۱)

$$\text{نسبت نهایی سوال} = \frac{x}{x(x+2)} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{16}{3}} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$



$$x^2 = \frac{2x}{3} + \frac{2}{3} \quad \frac{x+2}{3} = x^2$$

$$3x^2 = x + 2 \rightarrow 3x^2 - x - 2 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{+1 \pm \sqrt{1 - 4 \times 3 \times -2}}{2 \times 3} = \begin{cases} \frac{+1+7}{6} = \frac{4}{3} \\ \frac{+1-7}{6} = -1 \end{cases}$$

نتیجه

$$x^2 = \text{مساحت مربع}$$

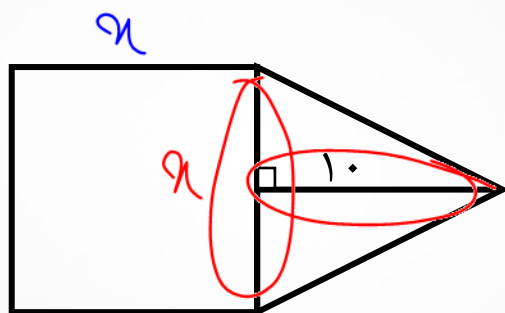
$$\text{مساحت مثلث} = \frac{x \times 2}{2} = x$$

$$\text{مساحت مستطیل} = x(x+2) = x^2 + 2x$$



در شکل زیر ، مساحت مثلث متساوی الساقین از $\frac{2}{3}$ مساحت مربع به اندازه $\frac{8}{3}$ واحد مربع ، کمتر است . مساحت مثلث ، کدام است ؟

(سراسری انسانی ۹۹)



$$\text{مساحت مثلث} = \frac{10 \times x}{2} = 5x$$

۳۰ (۱)

۳۵ (۲)

۴۰ (۳) ✓

۴۵ (۴)

$$\begin{aligned} \text{مساحت مربع} &= x^2 \\ \text{مساحت مثلث متساوی الساقین} &= \frac{10 \times x}{2} \end{aligned}$$

$$\frac{2}{3}x^2 - \frac{8}{3} = 10 \times x \times \frac{1}{2}$$

$$\frac{2x^2 - 8}{3} = \frac{10x}{2} \Rightarrow 2x^2 - 8 = 15x \Rightarrow 2x^2 - 15x - 8 = 0$$

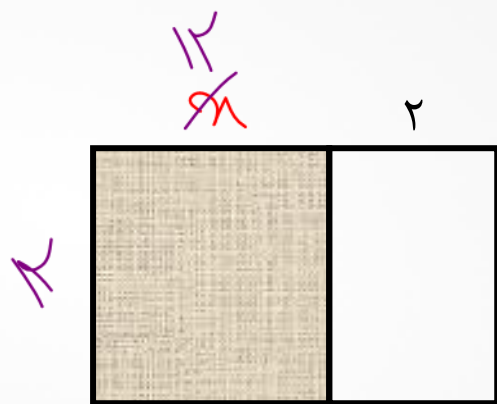
$$2x^2 - 15x - 8 = 0 \Rightarrow \Delta = \frac{15 \pm \sqrt{225 - 4 \times 2 \times (-8)}}{2 \times 2} = \frac{15 \pm 17}{4} \Rightarrow x = \frac{15 + 17}{4} = 8 \text{ یا } x = \frac{15 - 17}{4} = -\frac{1}{2}$$



تست

در شکل زیر ، مساحت مربع از $\frac{3}{4}$ مساحت مستطیل بزرگتر ، ۱۸ واحد مربع بیشتر است . محیط مستطیل بزرگ تر کدام است ؟

(سراسری خارج از کشور انسانی)



مساحت مربع = n^2
مساحت مستطیل بزرگ = $n(n+2)$

$$\begin{aligned} 12+2 &= 14 \times n = 14n \\ 12 \times n &= 12n \\ \hline 52 \end{aligned}$$

۴۴ (۱)

۴۸ (۲)

۵۲ (۳)

۵۴ (۴)

$$n^2 = \frac{3}{4} (n)(n+2) + 18$$

$$4n^2 = 3(n^2 + 2n) + 72$$

$$4n^2 = 3n^2 + 6n + 72$$

$$n^2 - 6n - 72 = 0 \rightarrow (n+6)(n-12)$$

ع ق ق

$n=6$

$n=12$

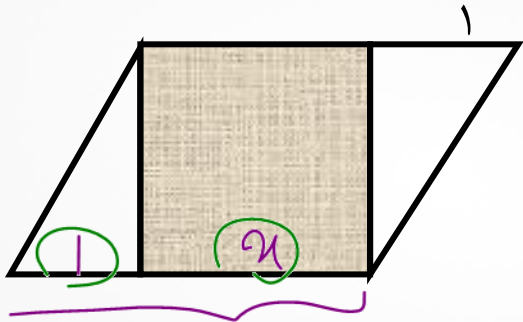


تست

در شکل مقابل ، مساحت مربع هاشور خورده از $\frac{3}{4}$ مساحت یکی از مثلث ها به اندازه $\frac{27}{32}$ واحد مربع بیشتر است . اندازه قاعده متوازی

الاضلاع کدام است ؟

(سراسری خارج از کشور انسانی)



$$x^2 = \frac{3}{8} \times \left(\frac{x}{2}\right) + \frac{27}{32}$$

$$x^2 = \frac{3x \times 8 + 27}{8 \times 8} \Rightarrow x^2 = \frac{12x + 27}{32}$$

$$\Rightarrow 32x^2 = 12x + 27$$

$$32x^2 - 12x - 27 = 0 \rightarrow$$

$$x = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 4 \times 32 \times -27}}{2 \times 32}$$

$$\rightarrow \left(\frac{12+60}{64}, \frac{12-60}{64} \right) = \left(\frac{72}{64}, \frac{-48}{64} \right)$$

$$\frac{72}{64} = \frac{9}{8}$$

(1) $\frac{9}{8}$

(2) $\frac{3}{2}$

(3) $\frac{17}{8}$ ✓

(4) $\frac{5}{2}$

مساحت مربع = x^2

مساحت مثلث = $\frac{1 \times x}{2} = \frac{x}{2}$

قاعده متوازی = $1 + \frac{9}{8} = \frac{17}{8}$

