

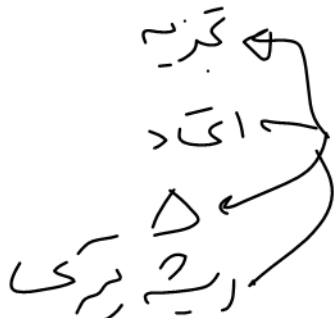
# حسابان یک

فصل ۱ درس ۲

امیرحسین اژرکوی

$y = ax^2 + bx + c$  : جمع سه‌تایی

درس دوم : معادلات درجه دوم



$$\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \times \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{b^2 - \Delta}{4a^2}$$

رابطه بین ضرایب و ریشه های معادله درجه دوم :

$$\frac{b^2 - \Delta}{4a^2} = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

سال قبل دیدیم که فرمول کلی برای حل معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  جواب های زیر رو به ما داد :

$\Delta = b^2 - 4ac$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-b + 0}{2a} = -\frac{b}{2a}$$

حالا با جمع و ضرب و تغریق کردن این جواب ها رابطه ای بین ریشه های معادله درجه دوم و ضرایب معادله پیدا کنید :

$x_1 + x_2 = S = -\frac{b}{a}$

جمع ضرایب

$x_1 \cdot x_2 = P = \frac{c}{a}$

حاصل ضرب ضرایب

$$\frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{x}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{x}} = \frac{2}{2} = 1$$

$$(1 + \alpha)(1 + \beta) = 1 + (\alpha + \beta) + \alpha\beta$$

$$1 + S + P$$

تمرین: اگر  $\alpha, \beta$  ریشه های معادله  $x^2 - 2x - 4 = 0$  باشد مقدار  $\frac{\beta+1}{\alpha+1} + \frac{\alpha+1}{\beta+1}$  را بیابید.

$$\frac{S + 2}{1 + S + P} = \frac{2 + 2}{1 + 2 + (-4)} = \frac{4}{-1} = -4$$

$$\left. \begin{aligned} S &= -\frac{1}{\alpha} \\ P &= \frac{1}{\alpha} \end{aligned} \right\}$$

تمرین: در معادله  $x^2 - 6x + 3 = 0$  مقدار  $x_1^2 + x_2^2$  را بدست آورید. (توجه:  $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$ )

حاصل جذورها جمع می‌شود  $S - 2P = 4 - 2 = 2$

$$(x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2$$

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$$

مربوع / مربع

$$x_1 + x_2 = S = -\frac{b}{a} \quad | \quad x^2 - Sx + P = 0$$

$$x_1 \cdot x_2 = P = \frac{c}{a}$$

تمرین: معادله درجه دومی بنویسید که ریشه های آن  $3 + 2\sqrt{5}$  و  $3 - 2\sqrt{5}$  باشد.

$$x^2 - 6x - 11 = 0$$

$$(2\sqrt{5})^2 = 20 = -4$$

$$S = 3 + 2\sqrt{5} + 3 - 2\sqrt{5} = 6$$

$$P = (3 + 2\sqrt{5})(3 - 2\sqrt{5}) = 9 - 20 = -11$$

تمرین: معادله درجه دومی بنویسید که ریشه های آن نصف ریشه های معادله  $x^2 - 3x - 5 = 0$  باشد.

$$\Delta = 9 - 4(1)(-5) = 9 + 20 = 29$$

$$\rightarrow \frac{3 + \sqrt{29}}{2} \text{ و } \frac{3 - \sqrt{29}}{2}$$

$$\frac{3 + \sqrt{29}}{2} \text{ و } \frac{3 - \sqrt{29}}{2}$$

انتخاب مربع

قانون!

تمرین: محیط و مساحت مستطیلی به ترتیب ۳۸ و ۸۴ است. طول و عرض آن را بیابید.

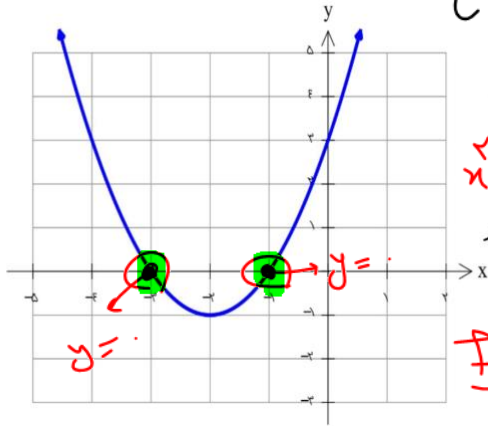
$$S = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$P = \frac{9 - 29}{16} = \frac{-20}{16} = -\frac{5}{4}$$

$$x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{5}{4} = 0$$

$$4x^2 - 6x - 5 = 0$$

صفرهای تابع:  $\Delta$ ،  $\bar{x}$  و  $\bar{y}$  عمل برضورد تابع با محورها



نمودار تابع  $f(x) = x^2 + 4x + 3$  در شکل روبرو رسم شده است.

الف) معادله  $f(x) = 0$  را حل کنید.

$$x^2 + 4x + 3 = 0$$

ب) چه رابطه ای بین ریشه های معادله قبل و محل تلاقی تابع با محور

طول ها وجود دارد؟

$$f(x) = 0 \quad \frac{(x+3)(x+1)}{x}$$

-3 ←      ← -1

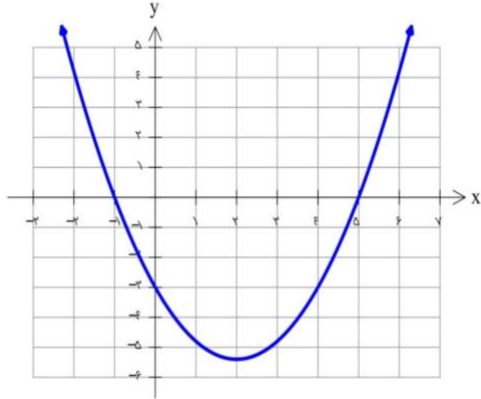
برای هر تابع  $f$  جواب های معادله  $f(x) = 0$  رو در صورت وجود، صفرهای تابع  $f$  می گن و از نظر هندسی محل برخورد نمودار تابع با محور  $(x)$  ها است.



تلاقی

تلاقی

تمرین : اگر نمودار سهمی  $f$  به صورت زیر باشد . ضابطه سهمی را بنویسید .



تمرین: تمام صفرهای تابع  $f(x) = x^4 - 10x^2 + 16$  را بیابید.

تمرین: بدون حل معادله و فقط به کمک  $S, P, \Delta$  تعداد و علامت صفرهای توابع زیر را مشخص کنید.

$$y = x^4 - 7x + 12$$

$$y = 2x^4 - x - 6$$

$$y = x^4 + x + 1$$

تمرین : به ازای چه مقادیری از  $m$  معادله  $x^2 + (m - 4)x + 2m + 4 = 0$  دو ریشه مثبت دارد ؟

تشخیص علامت ضرایب ضابطه سهمی از روی نمودار آن :

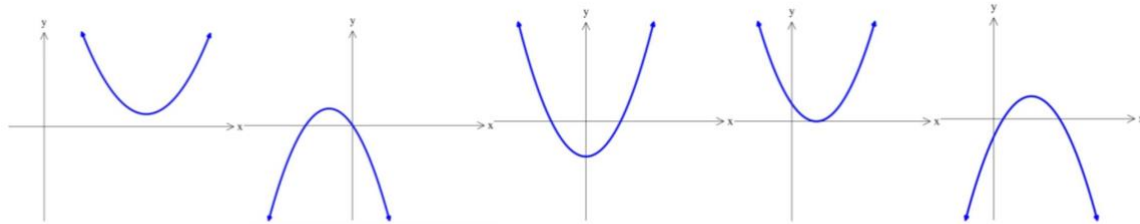
سال قبل فهمیدیم که تو سهمی  $f(x) = ax^2 + bx + c$  علامت  $a$  بستگی به جهت بازوهای سهمی دارد یعنی اگر بازو ها به سمت بالا باشند  $a$  مثبت و اگر به سمت پایین باشند  $a$  منفی .

و از اونجایی که  $f(0) = c$  هستش پس در واقع  $c$  محل برخورد تابع با محور عرض ها هستش پس می تونیم با نگاه کردن به محل برخورد تابع با محور عرض ها ، علامت  $c$  رو تشخیص بدیم .



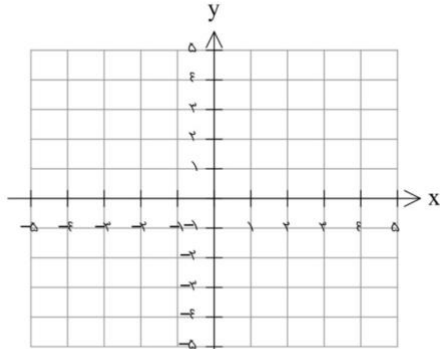
ولی برای تشخیص علامت  $b$  میخوام که شما پیشنهاد خودتون رو بدید راهنمایی من به شما استفاده از طول راس سهمی هستش !!!

تمرین : نمودارهای زیر مربوط به تابع  $f(x) = ax^2 + bx + c$  هستند ، علامت ضرایب  $a, b, c$  را مشخص کنید .

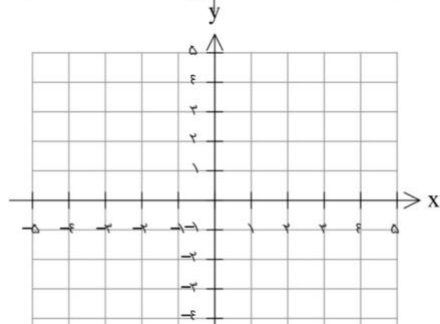


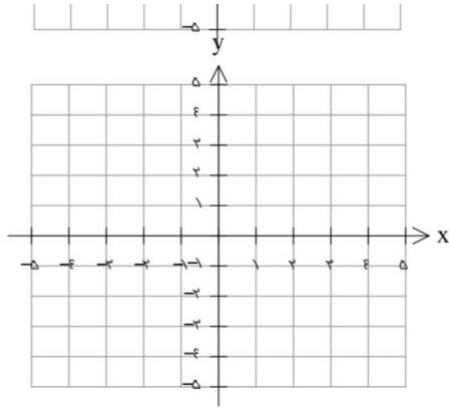
تمرین : تعداد و مقدار ریشه های معادله های زیر را به روش هندسی بدست آورید .

$$|x - 1| = x^2 - 2x + 1 \quad (\text{الف})$$



$$(x - 2)^2 + 1 = -2x + 5 \quad (\text{ب})$$





$$-|x+1|+1 = \frac{1}{3}x \quad \text{ج}$$

