



# ریاضی و آمار دهم

معادله درجه اول و مسائل توصیفی

حامد رحمانی

$$ax + b = 0 \quad (a \neq 0)$$

$$4x + 12 = 0$$

$$x^2 + 3 = 0$$

## معادله درجه اول

مراحل حل معادله درجه اول :

۱- تا جایی که میشه ساده کن !

۲- مجهولات رو ببر یه طرف ، اعداد رو یه طرف دیگه ( حواست به علامت ها باشه ! )

۳- دوباره ساده کن .

۴- طرف معلوم تقسیم بر ضریب مجهول

**مثال :**  $5(2-x)+8 = 2(x-5)$

## ۲ حالت خاص

مثال :  $2(x+4) = 2x+5$

معادله جواب ندارد !!

مثال :  $2(2x+9) = 3(x+6)+x$

معادله بی نهایت جواب دارد !!

مثال :  $2(2x+9) = 3(x+6)+x$

## مسائل توصیفی

حل و جواب  $\rightarrow$  معادله ساده  $\rightarrow$  معادله پیچیده

حل و جواب  $\rightarrow$  معادله ساده  $\rightarrow$  معادله پیچیده  $\rightarrow$  مسئله توصیفی

### دوای درد :

- ۱- خواسته سوال رو  $X$  در نظر بگیر .
- ۲- سایر متغیر ها رو بر حسب  $X$  بدست بیار .
- ۳- معادله تشکیل بده و حلش کن !



نوع ۱ (عدد سازی)

مثال :

← مکعب ۳

← مجذور ۸

← وارون ۵

← ۲۰ درصد ۵۰

← تفاضل ۷ از ۴

← اختلاف ۷ از ۴

اسم اصطلاح	معنی	مثال با x
قرینه یک عدد	علامت عدد را عوض کنیم. ( + بشه - و - بشه + )	$-x$
معکوس (وارون) یک عدد	جای صورت و مخرج را عوض کنیم.	$\frac{1}{x}$
مربع (مجذور) یک عدد	به توان ۲ برسانیم.	$x^2$
مکعب یک عدد	به توان ۳ برسانیم.	$x^3$
جذر یک عدد	رادیکال بگیریم.	$\sqrt{x}$
نصف، ثلث، ربع و خمس یک عدد	به ترتیب $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{5}$ عدد مورد نظر می شوند.	$\frac{x}{5}$ ، $\frac{x}{4}$ ، $\frac{x}{3}$ ، $\frac{x}{2}$
درصد	k درصد یک عدد	$\frac{k}{100} \times x$

در تکمیل جدول بالا باید بدانید « تفاضل x از y می شود  $y - x$  » و « اختلاف دو عدد x و y برابر با  $|y - x|$  است. »

نوع ۱ ( عدد سازی )

مثال فارسی به ریاضی :

← مجموع مربع دو عدد

← مکعب وارون یک عدد

← مربع مجموع دو عدد

← مجذور دوبرابر معکوس عددی

نوع ۱ ( عدد سازی )

**مثال :**

مجموع نصف عددی با ۱۲ ، برابر با تفاضل آن عدد از ۳ است . این عدد را بدست آورید .

**مثال :**

نصف پنج واحد بیشتر از قرینه عددی با ۴۰ درصد آن برابر است . اختلاف این عدد با جذرش را بدست آورید .

نوع ۲ ( چند متغیر بر حسب یک متغیر )

در مسائلی که به ظاهر چند مجهول داریم اما در اصل یک مجهول داریم!  
**مثال:**

فروش یک کالا هر روز ۲ برابر روز قبلش است ، میزان فروش روز سوم ؟

$x, y, z$  ❌

$x, 2x, 4x$  ✅

نوع ۲ ( چند متغیر بر حسب یک متغیر )

در مسائلی که به ظاهر چند مجهول داریم اما در اصل یک مجهول داریم!

**مثال :** سن فعلی علی ۵ برابر سن کیوان است . اگر ۲۴ سال بعد ، سن علی دو برابر سن کیوان شود ، سن فعلی کیوان را محاسبه کنید.

جواب : ۸ سال

نوع ۲ ( چند متغیر بر حسب یک متغیر )

در مسائلی که به ظاهر چند مجهول داریم اما در اصل یک مجهول داریم!

**مثال :** در یک مدرسه ، حقوق مدیر ، ۳ برابر حقوق هر معاون و حقوق هر معاون  $\frac{4}{3}$  حقوق هردبیر است . اگر این مدرسه یک مدیر ، ۳ معاون و ۱۲ دبیر داشته باشد و در هر ماه مجموعاً ۹۰ میلیون تومان به آنها حقوق پرداخت کند ، حقوق هر معاون چند میلیون تومان بوده است ؟

جواب : ۶ میلیون تومان



مثال:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 13 \\ x + y = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 13 \\ 3x + 3y = 12 \end{cases}$$

$$3x - 2y = 17$$

$$\begin{array}{r} 2x - 3y = 13 \\ + 3x + 3y = 12 \\ \hline 5x = 25 \rightarrow x = \frac{25}{5} = 5 \end{array}$$

$$5 + y = 4 \Rightarrow y = -1$$

نوع ۳ (دو معادله، دو مجهول)

مسائلی که دو معادله داریم و هر کدام دو مجهول دارند.

روش حذفی ← یک مجهول را حذف کن

روش جایگزینی

حل دستگاه دو معادله دو مجهولی:

مثال: 
$$\begin{cases} 2x - 3y = 13 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

$\rightarrow$   $x = 4 - y$   $\rightarrow$   $2(4 - y) - 3y = 13$

$\rightarrow$   $8 - 2y - 3y = 13$   $\rightarrow$   $8 - 5y = 13$   $\rightarrow$   $-5y = 5$   $\rightarrow$   $y = -1$

نوع ۳ (دو معادله، دو مجهول)

مسائلی که دو معادله داریم و هر کدام دو مجهول دارند.

روش حذفی  $\leftarrow$  یک مجهول را حذف کن

روش جایگزینی  $\leftarrow$  یک مجهول را بر حسب مجهول دیگر بنویس

حل دستگاه دو معادله دو مجهولی:

$$2(4 - y) - 3y = 13$$

$$8 - 2y - 3y = 13$$

$$8 - 5y = 13$$

$$-5y = 5$$

$$y = -1$$

دوای درد:

یک متغیر را  $x$  و دیگری را  $y$  قرار بده و دستگاه را حل کن.

مثال:

$$2y + x = 11$$

$$x - y = 8$$

$$x + y$$

مجموع سن علی و دو برابر سن رضا ۱۱۰ سال و سن عل ۸ سال از رضا بیشتر است. مجموع سن علی و رضا کدام است؟

حل اول (حذفی):

$$\begin{cases} 2y + x = 11 & (1) \\ x - y = 8 & (2) \end{cases}$$

از (2)  $x = 8 + y$  در (1) جایگزین می‌کنیم:

$$2y + (8 + y) = 11 \Rightarrow 3y + 8 = 11 \Rightarrow 3y = 3 \Rightarrow y = 1$$

با جایگزینی  $y = 1$  در (2):

$$x - 1 = 8 \Rightarrow x = 9$$

پس سن علی ۹ سال و سن رضا ۱ سال است. مجموع سن آن‌ها ۱۰ است.

حل دوم (جایگزینی):

$$x - y = 8 \Rightarrow x = 8 + y$$

در  $2y + x = 11$  جایگزین می‌کنیم:

$$2y + (8 + y) = 11 \Rightarrow 3y + 8 = 11 \Rightarrow 3y = 3 \Rightarrow y = 1$$

پس  $x = 8 + 1 = 9$

اشکال دو بعدی			
	شکل	محیط (P)	مساحت (A)
مربع		طول هر ضلع $\times 4$ $P = 4 \times s$	$A = s^2$
مستطیل		$2 \times (\text{طول} + \text{عرض})$ $P = 2 \times (l + w)$	$A = l \times w$
مثلث		طول ساق‌ها + قاعده $P = s_1 + s_2 + b$	ارتفاع $\times$ قاعده $\times \frac{1}{2}$ $A = \frac{1}{2} b \times h$
دایره		شعاع $\times 2\pi$ $P = 2\pi r$	شعاع $\times$ شعاع $\times \pi$ $A = \pi r^2$
ذوزنقه		طول ساق‌ها + دو قاعده $P = s_1 + b_1 + s_2 + b_2$	ارتفاع $\times$ (جمع دو قاعده) $\times \frac{1}{2}$ $A = \frac{1}{2} h(b_1 + b_2)$
بیضی		جذر $(\frac{a^2+b^2}{2}) \times 2\pi$ (مقدار تقریبی) $P = 2\pi \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$	طول $\times$ طول $\times \pi$ $A = \pi ab$
n ضلعی		تعداد اضلاع $\times$ طول ضلع $P = n \times a$	ارتفاع $\times$ طول ضلع $\times$ تعداد اضلاع $\times \frac{1}{2}$ $A = \frac{1}{2} n \times a \times h$
متوازی الاضلاع		مجموع دو ضلع متوالی $\times 2$ $P = 2(a + b)$	ارتفاع $\times$ قاعده $A = b \times h$

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

نوع ۴ (مسائل هندسی)

برای حل این نوع سوالات باید محیط و مساحت اشکال هندسی را بلد باشید .

مثال:  $x$

به ضلع مربعی یک واحد اضافه میکنیم ، اگر مساحت آن  $27$  واحد مربع افزایش یابد ، محیط مربع اولیه را حساب کنید.

$$x = 13 \times 4 = 52$$

①  $\rightarrow x^2$

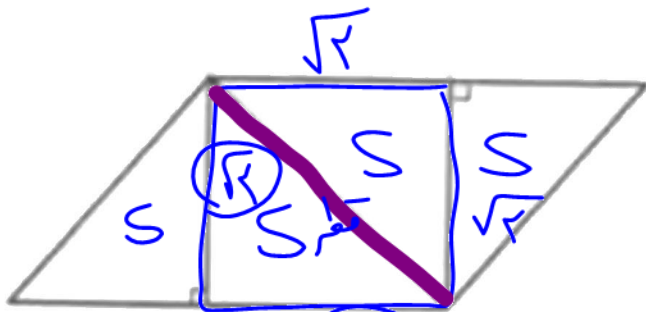
②  $\rightarrow (x+1)^2$

$$(x+1)^2 = x^2 + 27 \rightarrow$$

$$x^2 + 1 + 2x = x^2 + 27 \rightarrow 2x = 27 - 1 \rightarrow 2x = 26 \rightarrow x = \frac{26}{2} = 13$$

نوع ۴ (مسائل هندسی)

$$\text{مساحت متوازی الاضلاع} = S + 3$$



**مثال:** در شکل مقابل که از کنار هم قرار گرفتن ۴ مثلث یکسان تشکیل شده است، مساحت متوازی الاضلاع از مساحت هر مثلث قائم الزویه، ۳ واحد بیشتر است. اندازه قطر مربع کدام است؟ (سراسری نوبت اول ۱۴۰۳)

$$S = \text{مساحت هر مثلث} \times 4$$

$$4S = S + 3$$

$$4S = S + 3 \rightarrow 3S = 3 \rightarrow S = 1$$

- ۱ (✓)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

$$\text{مساحت مربع} = 2S \xrightarrow{S=1} = 2$$

$$2 = (\text{قطر مربع})^2 \rightarrow (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2 = 2^2$$

$$\rightarrow \boxed{\text{قطر} = 2}$$



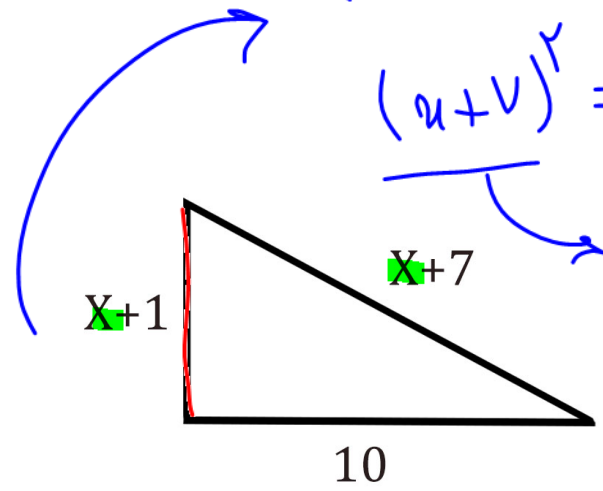
$$S = \frac{\text{قاعدۀ } \times \text{ ارتفاع}}{2}$$

$$(عوتر)^2 = (1)^2 + (2)^2$$

$$(x+7)^2 = (x+1)^2 + (10)^2$$

$$\frac{\frac{1}{1}}{\frac{2}{2}} = \frac{2}{2}$$

نوع ۴ (مسائل هندسی)



$$\cancel{x^2 + 49 + 14x} = \cancel{x^2 + 1 + 20x + 100}$$

مثال: مساحت مثلث مقابل کدام است؟

(1)  $\frac{70}{3}$

(2)  $\frac{80}{3}$  ✓

(3)  $\frac{100}{3}$

(4)  $\frac{110}{3}$

$$12x = 52 \rightarrow x = \frac{52}{12} = \frac{13}{3}$$

فیثاغورس

$$\frac{(\frac{13}{3} + 1) \times (10)}{2} = \frac{\frac{16}{3} \times 10}{2} = \frac{160}{6} = \frac{80}{3}$$



