



ریاضے دوازدہم

فصل یک در س، اول

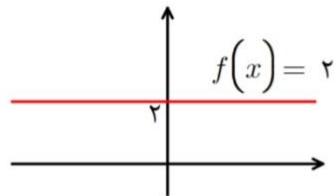
امیر حسین اژرکوی

توابع چند جمله ای

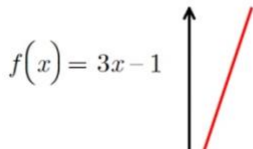


هر تابع به صورت $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x^1 + a_0$ را که در آن ضرایب اعداد حقیقی و n یک عدد صحیح نامنفی باشد را یک چند جمله ای میگوییم. اگر $a_n \neq 0$ باشد چند جمله ای را درجه n میگوییم.

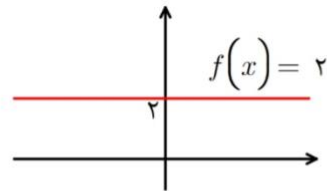
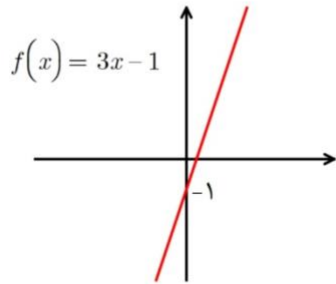
تابع هایی که تا به حال با آنها آشنا شده ایم:



۱- درجه صفر (تابع ثابت)

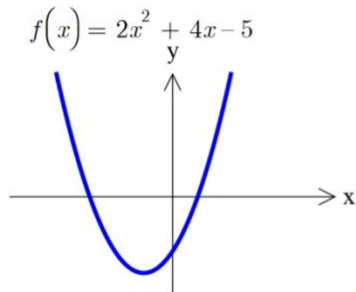


۲- تابع درجه ۱ (خط راست)



۱- درجه صفر (تابع ثابت)

۲- تابع درجه ۱ (خط راست)



۳- تابع درجه ۲ (سهمی)

۴- تابع درجہ ۳

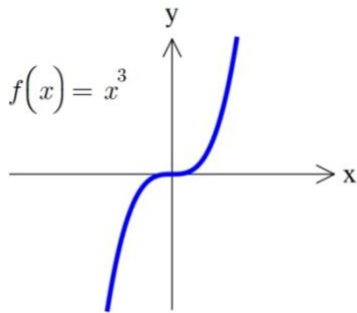
امسال قصد داریم با تابع درجہ ۳ آشنا شویم کہ انواع مختلف دارد. حالت کلی تابع درجہ ۳ به صورت زیر است:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

اما در کتاب پیش رو تنها توابعی را رسم میکنیم که شکل پایه ی آنها $y = x^r$ است سپس با انتقال هایی

که آموخته ایم انواع دیگر آن را رسم می کنیم. پس در حالت کلی قادر به رسم توابعی به صورت $y = k(x - a)^r + b$

هستیم. که در آن (a, b) در واقع راس جدید هستند.



📖 مثال - تابع های خواسته شده را رسم کنید.

$$g(x) = 2x^r + 1 \text{ (ب)}$$

$$f(x) = (x - 1)^r \text{ (الف)}$$

$$k(x) = -x^r - 2 \text{ (ت)}$$

$$h(x) = -2(x - 2)^r \text{ (پ)}$$

$$f(x) = x^r + 3x^r + 3x \text{ (ج)}$$

$$F(x) = -(x + 3)^r \text{ (ث)}$$

📖 مثال - نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x+1}$ در چند نقطه نمودار تابع $g(x) = (x-1)^2$ را قطع

میکند؟

📖 مثال - نقطه تلاقی تابع $f(x) = -x^2$ و $g(x) = x^2 - 2$ در کدام ناحیه صفحه مختصات قرار دارد؟

📖 مثال - تابع $f(x) = x^2$ و $g(x) = x^2$ را در بازه $(0, 1)$ با دقت با هم مقایسه کنید.

📖مثال - نقطه تلاقی تابع $f(x) = -x^2$ و $g(x) = x^2 - 2$ در کدام ناحیه صفحه مختصات قرار دارد؟

📖مثال - تابع $f(x) = x^2$ و $g(x) = x^2$ را در بازه $(0, 1)$ با دقت با هم مقایسه کنید.

📖مثال - نمودار تابع $f(x) = x^2 - 2$ چند بار خط $y = x$ را قطع میکند؟

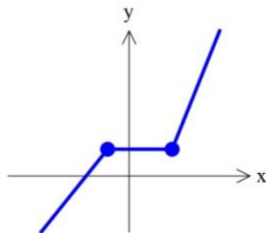
توابع صعودی و نزولی توابع صعودی اکید و نزولی اکید



الف) تابع صعودی

اگر برای هر دو نقطه x_1, x_2 از بازه D که $x_1 < x_2$

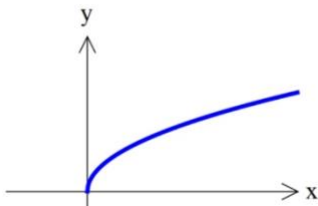
داشته باشیم $f(x_1) \leq f(x_2)$ تابع را صعودی میگوییم



ب) تابع اکیداً صعودی

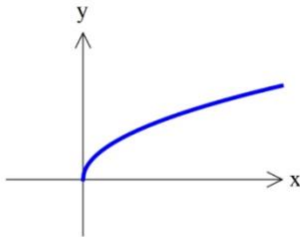
اگر برای هر دو نقطه x_1, x_2 از بازه D که $x_1 < x_2$

داشته باشیم $f(x_1) < f(x_2)$ تابع را اکیداً صعودی میگوییم.



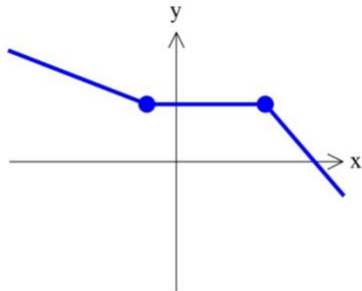
(ب) تابع اکیداً صعودی

اگر برای هر دو نقطه x_1, x_2 از بازه D که $x_1 < x_2$ داشته باشیم $f(x_1) < f(x_2)$ تابع را اکیداً صعودی میگوییم.



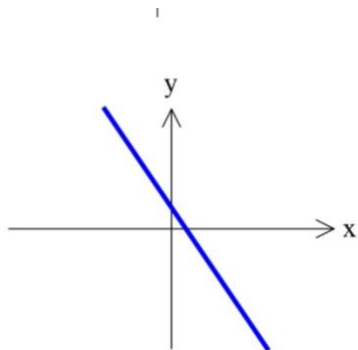
(ب) تابع نزولی

برای هر دو نقطه x_1, x_2 از بازه D که $x_1 < x_2$ داشته باشیم $f(x_1) \geq f(x_2)$ تابع را نزولی میگوییم.



ت) تابع اکیداً نزولی

برای هر دو نقطه x_1, x_2 از بازه D که $x_1 < x_2$ داشته باشیم $f(x_1) > f(x_2)$ تابع را اکیداً نزولی میگوییم





نکته: تابعی که در کل یک بازه صعودی یا نزولی باشد را **یکنوا** می‌گوییم و تابعی که در یک بازه

اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی باشد را **اکیداً یکنوا** می‌گوییم.

مثال - درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

الف) تابع ثابت در یک بازه، هم صعودی و هم نزولی محسوب می‌شود. دی ۹۷، خرداد ۹۹

ب) تابع $f(x) = \sqrt{x}$ در دامنه خود اکیداً یکنوا است. تیر ۹۸

پ) تابع $f(x) = -x^2 + 2$ در دامنه تعریفش صعودی است. شهریور ۹۸

📖 مثال - در جای خالی عدد یا عبارت مناسب قرار دهید.

الف) تابع $y = (x + 1)^3$ در دامنه تعریف خود (صعودی، نزولی) است. خرداد ۹۸

ب) تابع $y = x^2 |x|$ در بازه $[-\infty, a]$ نزولی است. حداکثر مقدار a برابر است. تیر ۹۸

پ) تابعی که در یک بازه هم صعودی و هم نزولی باشد، تابع نامیده میشود. دی ۹۸

ت) اگر تابع $f(x) = ax + b$ هم صعودی هم نزولی باشد مقدار a برابر است با:

ج) تابع $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ همواره تابعی و تابع $y = \log^x$ همواره تابعی است. (صعودی- نزولی)

📖 مثال - تابع $f(x) = 2x^2 + 8x$ روی بازه $[a, +\infty)$ اکیداً صعودی است. کمترین مقدار a را

بیابید.

📖 مثال - تابع $f(x) = (k^2 - 1)^x$ نزولی است. حدود k را بیابید.

📖 مثال - نمودار تابع زیر را رسم کنید و مشخص کنید در چه بازه هایی صعودی ، نزولی و ثابت است؟

$$f(x) = \begin{cases} -2x+1 & x < -2 \\ -1 & -2 \leq x < 1 \\ 2x-3 & x \geq 1 \end{cases}$$

📖 مثال - نموداری رسم کنید که تمام ویژگی های زیر را داشته باشد.

$$f(2) = 1 \text{ (الف)}$$

ب) روی اعداد نامنفی ثابت باشد.

پ) روی بازه $[-4, 0]$ اکیداً صعودی باشد.

ت) روی بازه $[-4, -\infty)$ اکیداً نزولی باشد.

📖 مثال - نموداری رسم کنید که تمام ویژگی های زیر را داشته باشد.

$$f(-2) = 3 \text{ (الف)}$$

ب) روی اعداد منفی ثابت باشد.

پ) روی بازه $[0, 3]$ اکیداً صعودی باشد.

ت) روی بازه $(3, +\infty)$ اکیداً نزولی باشد.

📖 مثال - تابع $f(x) = x^2 - 4$ را رسم کنید و مشخص کنید در چه بازه هایی صعودی است؟

📖 مثال - تابع $f(x) = |x| - 3$ را رسم کنید و مشخص کنید در چه بازه هایی نزولی است؟

اگر تابع f صعودی باشد و $f(a) < f(b)$ میتوان نتیجه گرفت $a < b$



اگر تابع f نزولی باشد و $f(a) < f(b)$ میتوان نتیجه گرفت $a > b$