

ریاضے یازدهم

فصل اول درس اول

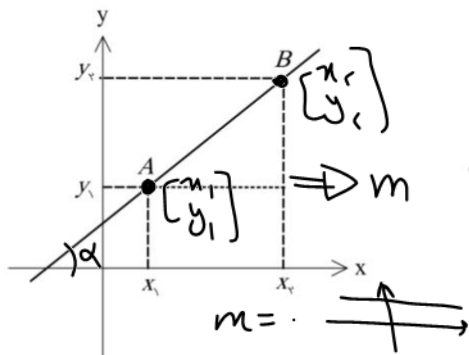
امیر حسین اژرکوی

مدرسہ
دکھائی (گلشن)
املائی
امیر حسین

درس اول : هندسه تحلیلی (دکارتی)

هندسه تحلیلی در واقع ترکیب هندسه و جبر مقدماتیه . در واقع تو هندسه تحلیلی به هر نقطه تو صفحه یه آدرس داده میشه که بهش مختصات می گن و با همین آدرس ها معادلات جبری شکل ها نوشته میشن . بنیانگذاران هندسه تحلیلی دکارت و فرما تو قرن ۱۷ ام بودن .

$m = \text{tg } \alpha$: دهم



شیب خط : $m = \frac{\text{تفاضل عمودی}}{\text{تفاضل طولی}}$

نسبت جابجایی عمودی به جابجایی افقی رو شیب خط می گن .

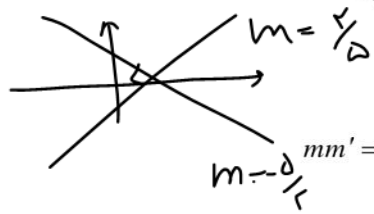
یعنی اگر دو نقطه دلخواه $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ از یک خط باشن

$m > 0$
 $m < 0$




شیب خط برابر با : $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$m = \infty$



- شرط عمود بودن دو خط اینه که حاصل ضرب اشیما یا
 $mm' = -1$ یا $m = -\frac{1}{m'}$
 - به نقطه ی برخورد خط با محور y ها عرض از مبدأ می گن.

- معادله خط با شیب m و عرض از مبدأ h به صورت $y = mm + h$ پس برای بدست آوردن شیب یک خط از روی فرمول اون اول خط رو به صورت استاندارد (y تنها و بدون ضریب شود) می نویسیم و بعد m ... شیب خط میشه .

- خطی که موازی محور x ها باشه دارای شیب 0 و معادلش به صورت $y = h$


$$-y = -2x + 1$$

$$y = 2x - 1$$

تمرین: خطوط زیر نسبت به هم چه وضعیتی دارند؟ (موازی، عمود، متقاطع غیر عمود)

$$2x - y = 1, 2y + x = 5 \rightarrow 2y = -x + 5 \rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2} \rightarrow \text{معمود}$$

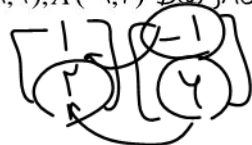
$$-4y = -2x + 1, 2x - 4y = 1, 2y - x = 5 \rightarrow 2y = x + 5 \rightarrow \text{موازی}$$

~~$$y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$~~

نوشتن معادله خط : $کن$

معادله خط در حالت کلی به صورت $y = m(x - x_0) + y_0$ هستش و بعد از ساده شدن در نهایت به صورت $y = mx + h$ ظاهر میشه. پس همیشه از هر دو راه برای نوشتن معادله خط استفاده کرد.

مثال : معادله خطی را بنویسید که از نقاط $B(1, 2), A(-1, 4)$ بگذرد.



~~روش اول~~

~~$$m = \frac{4-2}{-1-1} = \frac{2}{-2} = -1 \Rightarrow y = -1(x-1) + 2 \Rightarrow y = -x + 1 + 2 \Rightarrow y = -x + 3$$~~

$$m = \frac{4-2}{-1-1} = \frac{2}{-2} = -2$$

~~روش دوم~~

~~$$m = \frac{4-2}{1-(-1)} = \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow y = 1x + h \Rightarrow 2 = 1(1) + h \Rightarrow h = 1 \Rightarrow y = x + 1$$~~

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$y = mx + b$$

تمرین : معادله خطی را بنویسید که از $A(-2, 3)$ گذشته و با خط $y = 2x + 1$ موازی باشد.

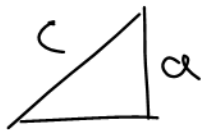
$$y - 3 = -2(x - 1)$$

$$-\frac{r}{r}$$

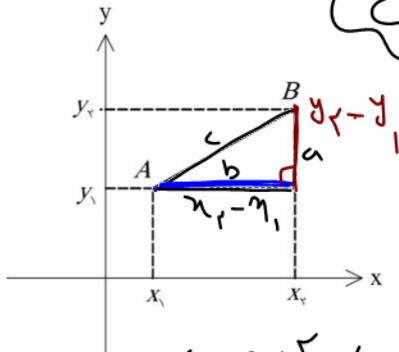
تمرین: معادله خطی را بنویسید که عرض از مبدا آن ۲ باشد و بر خط $3x - 2y + 1 = 0$ عمود باشد.

$$-2y = -3x - 1 \xrightarrow{\div 2} 2y = 3x + 1 \xrightarrow{\div 2} y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{r}{r}x + 2$$



$$c = a + b$$



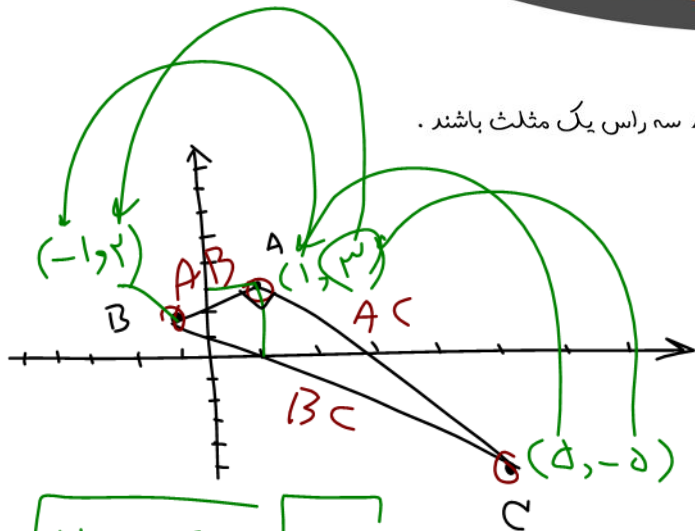
فاصله بین دو نقطه: L ; $L = \sqrt{a^2 + b^2}$

اگر $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ دو نقطه مثل شکل تو صفحه مختصات باشن که کمک قضیه فیثاغورس به فرمول برای بدست آوردن فاصله دو نقطه بدست بیارین.

$$(AB)^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 \rightarrow \overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

تمرین ۲: اگر $A(1, 3), B(-1, 2), C(5, -5)$ سه راس یک مثلث باشند.

الف) طول اضلاع را بیابید.



$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

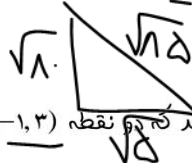
$$\sqrt{(1 - (-1))^2 + (3 - 2)^2}$$

$$\sqrt{4 + 1} = \sqrt{5}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{14 + 4} = \sqrt{18}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{36 + 49} = \sqrt{85}$$

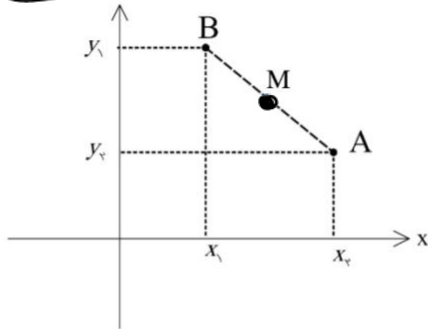
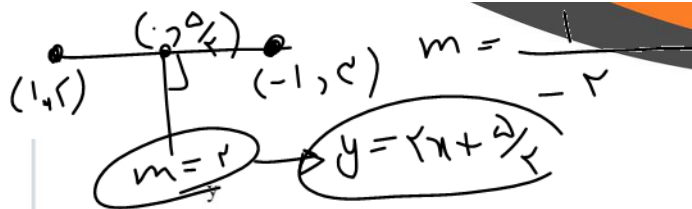
ب) نشان دهید این مثلث قائم الزاویه است. \checkmark نیسا عورسی



$$\rightarrow (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{18})^2 = (\sqrt{85})^2$$

$$5 + 18 = 85$$

تمرین: معادله عمود منصف پاره خطی را بنویسید که دو نقطه $A(1, 2), B(-1, 3)$ را به هم وصل می کند.



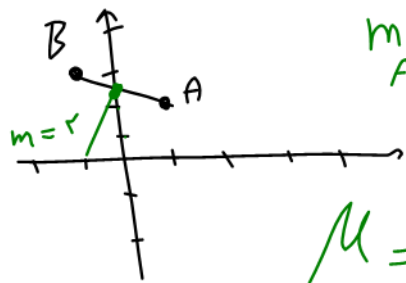
مختصات نقطه وسط یک پاره خط :

اگر $A(x_2, y_2)$ و $B(x_1, y_1)$ دو نقطه مثل شکل تو صفحه مختصات باشن و M مختصات وسط پاره خط باشه تصویر این نقاط رو روی محورهای مختصات تصور کن و فرمولی برای بدست آوردن مختصات M بنویس :

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

نقطه وسط : حاصل جمع نقاط / 2

تمرین: معادله عمود منصف پاره خط واصل دو نقطه $A(1, 2), B(-1, 3)$ را ~~یافتن معادله عمود منصف پاره خط~~ بنویسید.

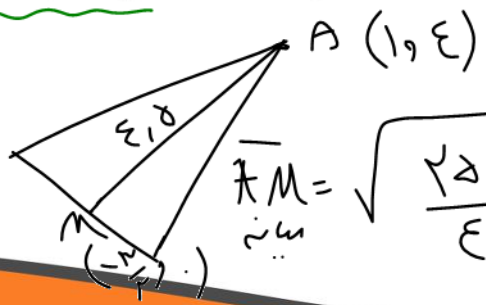
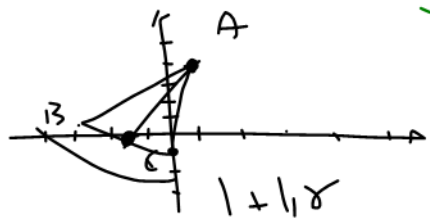


$$m_{AB} = \frac{2-3}{-1-1} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2} \Rightarrow m = 2$$

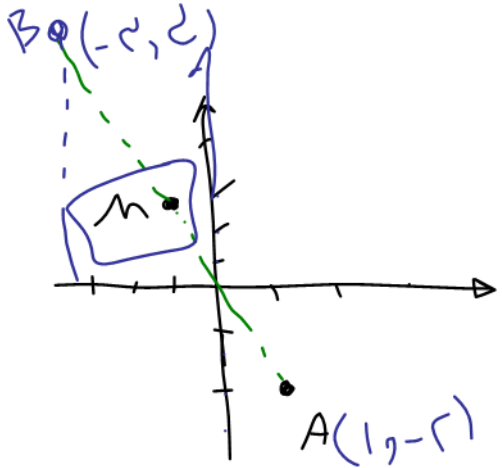
معمور

$$M = \left(0, \frac{5}{2} \right) \quad \rightarrow \quad y = 2x + \frac{5}{2}$$

تمرین: نقاط $A(1, 4), B(-3, 1), C(0, -1)$ رئوس مثلث هستند. طول میانه وارد بر ضلع BC را بیابید.



$$AM = \sqrt{\frac{2^2}{4} + \frac{1^2}{4}} = \sqrt{\frac{4+1}{4}} = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$



تمرین: قرینه نقطه $A(1, -2)$ را نسبت به نقطه $M(-1, 3)$ بدست آورید.

$$(-1, 3) = (-2, 2)$$

$$(0, 1)$$

تمرین: قرینه نقطه $A(3, -4)$ را نسبت به مبدا مختصات بدست آورید.

$$\frac{1+x}{2} = -1 \rightarrow 1+x = -2$$

$$x = -3$$

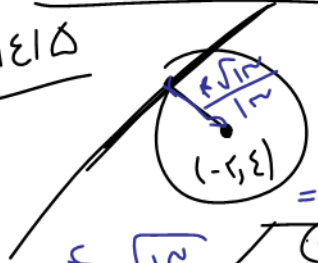
$$\frac{2+y}{2} = 3 \rightarrow 2+y = 6$$

$$y = 4$$

مسئله
عصا دایره را بر
دایره

تمرین: خط به معادله $y = \frac{2}{3}x + 4$ بر دایره ای به مرکز $A(-2, 4)$ مماس است. اندازه شعاع دایره را بیابید.

$r = \frac{2}{3} \sqrt{13}$



نقطه $P(x, y)$ روی خط $ax + by + c = 0$

تمرین: فاصله نقطه $A(1, 2)$ از خط $3x + 4y = k$ برابر $\frac{2}{5}$ است (را بیابید).

$$r = \frac{|3(1) + 4(2) - k|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{2}{5} = \frac{|11 - k|}{5}$$

$11 - k = 1 \Rightarrow k = 10$

$11 - k = -1 \Rightarrow k = 12$

تمرین: اگر نقطه $A(2, 3)$ رأس یک مربع و معادله یک ضلع مربع $3x - 4y = 9$ باشد، مساحت مربع چقدر است؟



$3x - 4y = 9$
 $3 \cdot 2 - 4 \cdot 3 = 9 - 12 = -3$
 $4 = 3$

$|a| = k \rightarrow a = +k$
 $a = -k$
 $\sqrt{1+9} = \sqrt{10}$