۴

ریاضی دهم

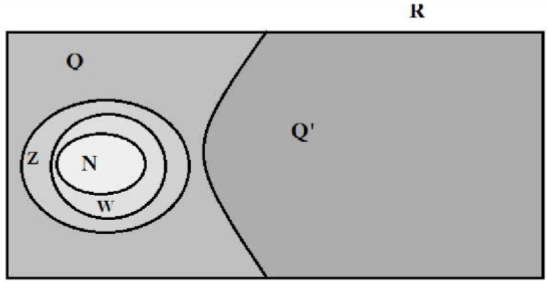
فصل اول ـــــــدرس اول

امیرحسین اژرکوی

به نام خدا

مجموعه ها

مجموعه هاي اعداد

مجموعه اعداد طبیعی: $\mathbb{N} = \{ ۱, ۲, ۳, ۴, \dots \}$ مجموعه اعداد حسابی: $\mathbb{W} = \{ ۰, ۱, ۲, ۳, ۴, \dots \}$ مجموعه اعداد صحیح: $\mathbf{Z} = \{ \dots, -۲, -۱, ۰, ۱, ۲, ۳, \dots \}$ مجموعه اعداد گویا : $Q = \{ \frac{m}{n} \mid m, n \in \mathbf{Z}, n \neq ۰ \}$ مجموعه اعداد گنگ : $Q' =$ مجموعه اعدادی که نتوان آنها را به‌صورت نسبت دو عدد صحیح نمایش داد. مجموعه اعداد حقیقی : $\mathbb{R} = Q \cup Q'$	 نکته: $\mathbb{N} \subseteq W \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$

جاهای خالی را با مجموعه مناسب کامل کنید.

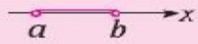
$a)\ \mathbb{R} - \mathbb{Q} =$

$b)\ \mathbb{Z} - \mathbb{W} =$

$c)\ \mathbb{N} - \mathbb{W} =$

$d)\ \mathbb{Q}' - \mathbb{Q} =$

زیرمجموعه‌هایی از $\mathbb{R}$ را که شامل تمام اعداد حقیقی بین دو عدد مشخص‌اند، «بازه» یا «فاصله» می‌نامیم.

نامگذاری بازه	نمایش هندسی	نمایش با نماد بازه	نمایش به‌صورت مجموعه
بازهٔ باز		(a,b)	$\{x \mid x \in \mathbb{R}, a < x < b\}$
بازه‌ی بسته		$[a,b]$	$\{x \mid x \in \mathbb{R}, a \le x \le b\}$
بازهٔ نیم‌باز		$(a,b]$	$\{x \mid x \in \mathbb{R}, a < x \le b\}$
بازهٔ نیم‌باز		$[a,b)$	$\{x \mid x \in \mathbb{R}, a \le x < b\}$
بازهٔ باز		$(a,+\infty)$	$\{x \mid x \in \mathbb{R}, a < x\}$
بازهٔ نیم‌باز		$[a,+\infty)$	$\{x \mid x \in \mathbb{R}, a \le x\}$
بازهٔ باز		$(-\infty,a)$	$\{x \mid x \in \mathbb{R}, x < a\}$
بازهٔ نیم‌باز		$(-\infty,a]$	$\{x \mid x \in \mathbb{R}, x \le b\}$
بازهٔ باز		$(-\infty,+\infty)$	$\{x \mid x \subset \mathbb{R}\}$

1-هر جا از نماد پرانتز استفاده شود، یعنی آن عدد عضو بازه نیست. (3 و 4-)

2-هر جا نماد کروشه استفاده شود ، یعنی آن عدد عضو بازه هست [3 و 4-]

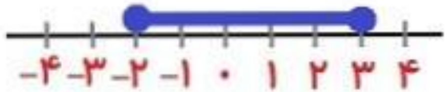
ازآنجاکه ∞ + یا ∞ - عدد نیستند و تنها نمادهایی براي نمایش مفهوم بی نهایت اند؛ براي آن ها از پرانتز استفاده می کنیم.

بازه ($+\infty$ و ∞ -)همان کل مجموعه اعداد حقیقی است که آن را با R نمایش می دهیم

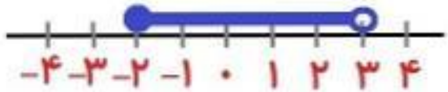
جدول زیر را کامل کنید.

نمایش هندسی	نمایش به صورت مجموعه	نمایش با بازه	نوع بازه
		$(۲,۷)$	
	$\left\{x \middle| x \in R, ۲ < x \leq ۳\right\}$		
			
		$(-\infty, ۳]$	
		$[۲,۴)$	
			

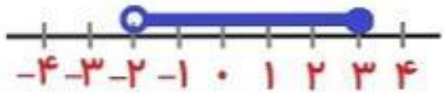
یک بازه، نمادي براي نمایش یک مجموعه است .درنتیجه بازه ها مجموعه اند .پس اعمال مجموعه ها روي آن ها قابل انجام است .یعنی می توان دو بازه را اجتماع یا اشتراك گرفت و یا بازه اي را از بازه اي دیگر کم کرد .براي این کار بهتر است از محور اعداد حقیقی کمک بگیرید.



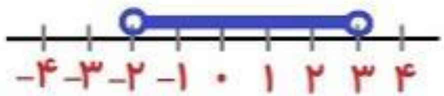
[-۲ , ۳]



[-۲ , ۳)



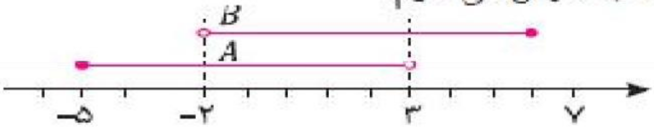
(-۲ , ۳]



(-۲ , ۳)

اگر $A=[-۵\,,۳)$ و $B=(-۲\,,۷]$ باشد، مجموعه‌های $A\cap B$ ، $A\cup B$ و $A-B$ را به‌دست آورید.

پاسخ: ابتدا بر روی محور اعداد حقیقی این دو مجموعه را نمایش می‌دهیم.



اشتراک این دو بازه، مجموعه‌ای است که اعضای آن هم در A و هم در B هستند.

$A\cap B=(-۲\,,۳)$

اجتماع این دو بازه، مجموعه‌ای است که اعضای آن حداقل در یکی از دو مجموعه A یا B وجود دارند.

$A\cup B=[-۵\,,۷]$

اگر از بازهٔ مجموعهٔ A آن اعدادی که در اشتراک با مجموعهٔ B هستند حذف کنیم $A-B$ به دست می‌آید.

$A-B=[-۵\,,-۲]$

با استفاده از محور اعداد، حاصل عبارت‌ها را مشخص کنید:

الف) $[-۲,۴)\bigcup(۳,۵)$

ب) $(-\infty,۴)\bigcap[-۱,۵]$

ج) $[-۲,۳]\bigcup(۳,۵)-(-\infty,۰]$

با علامت ✓ مشخص کنید کدام‌یک از موارد زیر درست است.

الف) $\mathbb{N} \bigcup \mathbb{Z} = \mathbb{N}$ ☐

ب) $(\mathbb{Z} \bigcup \mathbb{Q}) \subset \mathbb{R}$ ☐

ج) $\mathbb{Q} \bigcap \mathbb{Z} = \mathbb{N}$ ☐

د) $\mathbb{Q} \subset (\mathbb{R} \bigcap \mathbb{Z})$ ☐

ه) $(\mathbb{Q} \bigcap \mathbb{W}) \subset \mathbb{Z}$ ☐

و) $\mathbb{R} \bigcap \mathbb{Q} = \mathbb{Z}$ ☐

ز) $\varnothing \bigcup \{\varnothing\} = \varnothing$ ☐

ح) $\varnothing \bigcap \{\varnothing\} = \varnothing$ ☐

اگر $A=\{x\in \mathbb{R} \mid x\geq ۱\}$ و $B=\{x\in \mathbb{R} \mid -۳<x\leq ۲\}$ و $C=\{x\in \mathbb{R} \mid ۱\leq x<۳\}$ باشند، عبارت‌های زیر را به صورت بازه مشخص کنید:

الف) $(A\cap B)\cup C$

ب) $C-(A\cup B)$

مجموعه های متناهی و نامتناهی :

مجموعه هاي را که تعداد اعضاي آنها یک عدد حسابی است، مجموعه هاي متناهی می نامیم.

مچموعه هایی را که متناهی نباشند ، مجموعه هاي نامتناهی می گوییم.

متناهی یا نامتناهی بودن اعداد زیر را مشخص کنید

الف (مجموعه ی اعداد صحیح بیشتر از 3

ب (مجموعه مضرب هاي طبیعی هرعدد

ج (مجموعه ي اعداد صحیح مکعب کامل و کوچکتر از 1000

د (مجموعه ي اعداد حقیقی کوچکتر از 1000

ه (بازه ي (-2,4)

اگر A مجموعه ای نا متناهی و B متناهی باشند در اینصورت کدام مجموعه لزوما نا متناهی است؟

الف) $A \cap B$ ب) $A - B$ ج) $B - A$

تمرین

صفحه ۷

۱ فرض کنید U مجموعهٔ تمام مضرب‌های طبیعی عدد ۵ باشد.

الف) U را با نمایش اعضای آن بنویسید.

ب) U متناهی است یا نامتناهی؟

پ) یک زیرمجموعهٔ متناهی از U بنویسید.

ت) دو زیر مجموعهٔ نامتناهی مانند C و D از U بنویسید؛ به‌طوری که $C \subseteq D$.

۲ متناهی یا نامتناهی بودن مجموعه‌های زیر را مشخص کنید.

الف) مجموعه اعداد طبیعی.

ب) مجموعه شمارنده‌های طبیعی عدد ۳۶.

پ) بازه $(\frac{۱}{۴} , \frac{۱}{۲})$.

ت) $A=\{x \in \mathbb{N} \mid ۱<x<۲\}$.

ث) مجموعهٔ مضرب‌های طبیعی عدد ۱۰۰.

۳ دو مجموعهٔ نامتناهی مثال بزنید که اشتراک آنها مجموعه‌ای متناهی باشد.

۴ حاصل هر یک از مجموعه‌های زیر را با رسم بازه‌های آنها روی یک محور به‌دست آورید :

الف) $(-۳, ۰) \cup (-۲, ۵] =$

ب) $(-\infty, ۶] \cap (۲, ۹) =$

پ) $(3, +\infty) \cap (6, 10] =$

ت) $(-\infty, 10 \cup [1, +\infty) =$

ث) $(3, +\infty) - [2, 4) =$

ج) $[2, 4) - (3, +\infty) =$

۵ مجموعهٔ $\mathbb{R}-\{۲\}$ را روی محور نشان دهید و سپس آن را به‌صورت اجتماع دو بازه بنویسید.

۶ اگر $A \subseteq B$ و B مجموعه‌ای متناهی باشد، آنگاه A متناهی خواهد بود یا نامتناهی؟